GAN 00156
Álgebra II
68 horas semestrais
(a partir do $2^{\underline{o}}$ semestre de 2009)

1. Raízes n-ésimas em um corpo.

   1.1 A forma trigonométrica dos números complexos não-nulos e a multiplicação de números complexos não-nulos.

   1.2 Raízes n-ésimas em um corpo K. Raízes complexas n-ésimas de um complexo não-nulo.

   1.3 Raízes complexas n-ésimas da unidade. Raízes complexas primitivas n-ésimas da unidade.

2. Polinômios sobre domínios e corpos.

   2.1 Rever: polinômios sobre anéis comutativos com unidade, com ênfase em domínios, a função grau e propriedades.

   2.2 O domínio $D[x]$, onde D é domínio: a divisão euclidiana por polinômios com coeficiente líder invertível. $\alpha \in D$ é raiz de $p(x) \in D[x]$ se, e somente se, $x - \alpha$ divide $p(x)$. Polinômios de grau n com coeficientes em um domínio D têm no máximo n raízes em D. Multiplicidade das raízes.

   2.3 Corpos algebricamente fechados: definição, corpos algebricamente fechados são infinitos, $\mathbb{C}$ é algebricamente fechado (sem demonstração).

   2.4 $K[x]$, K corpo, é um domínio principal. Algoritmo de Euclides em $K[x]$ e o máximo divisor comum. Fatoração única em $K[x]$. MDC e MMC, a partir da fatoração única. Polinômios primos entre si. Polinômios irredutíveis em $K[x]$ e ideais primos.

   2.5 Polinômios com coeficientes complexos e com coeficientes reais. Teorema Fundamental da Álgebra em $\mathbb{C}[x]$. Polinômios irredutíveis em $\mathbb{R}[x]$ e o TFA em $\mathbb{R}[x]$.

   2.6 Se D é domínio de fatoração única, então $D[x]$ é de fatoração única (não demonstrar). Polinômios em $\mathbb{Q}[x]$ e em $\mathbb{Z}[x]$. Lema de Gauss. Critérios de irredutiblidade em $\mathbb{Q}[x]$.

   2.7 Resolução por radicais: as equações do $2^{\underline{o}}$, $3^{\underline{o}}$ e $4^{\underline{o}}$ graus.

3. Grupos

   3.1 Propriedades elementares. Grupos abelianos e não-abelianos, grupos finitos e infinitos. A ordem de um grupo. O grupo S_n, para todo $n \geq 3$, é não-abeliano.

   3.2 Subgrupos: definição e exemplos. Subgrupo gerado por um elemento. Ordem de um elemento. Cálculo dos subgrupos do grupo $\mathbb{Z}$.

   3.3 A relação de equivalência módulo H, classe à direita e classe à esquerda, o índice $(G : H)$. Teorema de Lagrange.

   3.4 Grupos cíclicos: teorema de estrutura.

   3.5 Classificação dos grupos de ordem prima, ordem 4 e ordem 6. Grupo dos quatérnios. Grupos diedrais.

4. Homomorfismo.

   4.1 Definição, propriedades, núcleo e imagem. Isomorfismo e automorfismo de grupos.

   4.2 Teorema de Cayley.

5. O grupo S_n.

   5.1 A congruência módulo θ, onde $\theta \in S_n$. A órbita de a por θ, onde $a \in \{1, \ldots, n\}$. Os ciclos de θ, $r-$ciclos, multiplicação de ciclos.

   5.2 Toda permutação é o produto dos seus ciclos. Toda permutação é produto de $2-$ciclos (transposições). Permutações pares e ímpares. O grupo alternado A_n das permutações pares.

Bibliografia:

- *Curso de Álgebra: Volume 1*, Abramo Hefez, Série Matemática Universitária, IMPA, 2004, 2ª edição.

- *Curso de Álgebra: Volume 2*, Abramo Hefez, Notas a serem publicadas pela SBM, Série Matemática Universitária..

- *Introdução à Álgebra*, Adilson Gonçalves, Projeto Euclides, IMPA, 2000.

- *Topics in Algebra*, I.N. Herstein, John Wiley & Sons, 2nd editon.

- *A First Course in Abstract Algebra*, John B. Fraleigh, Addison Wesley Publishing Company, 1967.

- *Elements of Abstract Algebra*, R.A. Dean, Wiley International Edition, 3nd edition, 1967.